

Hong Kong Mathematics Olympiad (2008 / 2009)

Heat Event (Group)

香港数学竞赛 (2008 / 2009)

初赛项目(团体)

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 若 a 是正整数及 $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \cdots + \frac{1}{2008 \times 2009} = \frac{272}{30135}$ ，求 a 的值。

If a is a positive integer and $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \cdots + \frac{1}{2008 \times 2009} = \frac{272}{30135}$, find the value of a .

2. 设 $x = 1 + \sqrt{2}$ ，求 $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 10x - 6$ 的值。

Let $x = 1 + \sqrt{2}$, find the value of $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 10x - 6$.

3. 已知 p 和 q 为整数。若 $\frac{2}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ，求 $p \times q$ 的最大值。

Given that p and q are integers. If $\frac{2}{p} + \frac{1}{q} = 1$, find the maximum value of $p \times q$.

4. 已知 $0 \leq x \leq 180$ 。若方程 $\cos 7x^\circ = \cos 5x^\circ$ 有 r 个不同的根，求 r 的值。

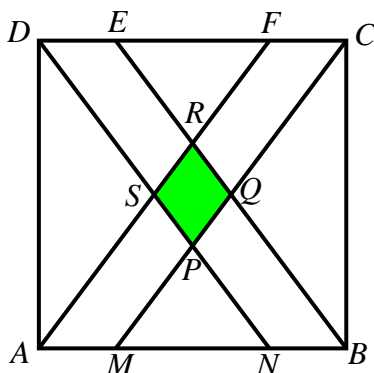
Given that $0 \leq x \leq 180$. If the equation $\cos 7x^\circ = \cos 5x^\circ$ has r distinct roots, find the value of r .

5. 设 x 、 y 及 z 为正整数且 $\sqrt{z - \sqrt{28}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ 。求 $x + y + z$ 的值。

Let x , y and z be positive integers and satisfy $\sqrt{z - \sqrt{28}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$. Find the value of $x + y + z$.

6. 如图一， $ABCD$ 是一个正方形且 $AM = NB = DE = FC = 1\text{ cm}$ 及 $MN = 2\text{ cm}$ 。设四边形 $PQRS$ 的面积为 $c\text{ cm}^2$ ，求 c 的值。

In Figure 1, $ABCD$ is a square and $AM = NB = DE = FC = 1\text{ cm}$ and $MN = 2\text{ cm}$. Let the area of quadrilateral $PQRS$ be $c\text{ cm}^2$, find the value of c .



图一

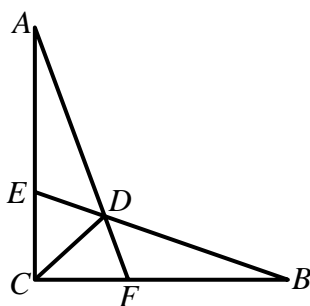
Figure 1

7. 已知 x 为实数且满足 $2^{2x+8} + 1 = 32 \times 2^x$ ，求 x 的值。

Given that x is a real number and satisfies $2^{2x+8} + 1 = 32 \times 2^x$. Find the value of x .

8. 在图二中， $\angle ACB$ 为直角， $AC = BC = 14\text{ cm}$ 及 $CE = CF = 6\text{ cm}$ 。若 $CD = d\text{ cm}$ ，求 d 的值。

In Figure 2, $\angle ACB$ is a right angle, $AC = BC = 14\text{ cm}$ and $CE = CF = 6\text{ cm}$. If $CD = d\text{ cm}$, find the value of d .



图二

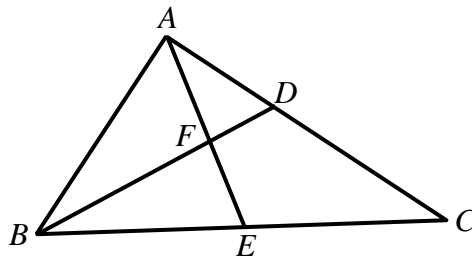
Figure 2

9. 若满足 $\|x^2 - 6x - 16| - 10| = f$ 的相异实数 x 恰有 6 个, 求 f 的值。

If there are 6 different values of the real number x that satisfies $\|x^2 - 6x - 16| - 10| = f$, find the value of f .

10. 如图三, ABC 是一三角形, E 是 BC 的中点, F 在 AE 上使得 $AE = 3AF$ 。 BF 的延线与 AC 相交于 D 。 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 48 cm^2 。 设 $\triangle AFD$ 的面积为 $g \text{ cm}^2$, 求 g 的值。

In Figure 3, ABC is a triangle, E is the midpoint of BC , F is a point on AE where $AE = 3AF$. The extension segment of BF meets AC at D . Given that the area of $\triangle ABC$ is 48 cm^2 . Let the area of $\triangle AFD$ be $g \text{ cm}^2$, find the value of g .



图三

Figure 3